

システム最適化総合演習問題 (2015 年)

1. 次に示す線形計画問題について、以下の問に答えよ.

$$\begin{aligned} -x_2 - x_3 &\rightarrow \min \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 5 \\ x_2 + 2x_3 &\leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (i) この問題を標準形に直せ.
- (ii) この問題をシンプレックス法で解け (2段階法を使用してもしなくても良い).
- (iii) この問題の双対問題を求めよ.
(標準形 $\mathbf{c}^\top \mathbf{x} \rightarrow \min, A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ の双対問題は $\mathbf{b}^\top \mathbf{y} \rightarrow \max, A^\top \mathbf{y} \leq \mathbf{c}$)
- (iv) 双対問題は栄養問題か否か答えよ. また双対問題を図的解法で解け.

2. \mathbf{R}^3 で定義された実数値関数

$$f(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + ax_2^2 + ax_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 - 2x_1$$

について次の問に答えよ. ここで, a は実数値をとるパラメータとする.

- (i) 関数 $f(x_1, x_2, x_3)$ を行列とベクトル $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ を用いて表せ.
- (ii) 関数 $f(x_1, x_2, x_3)$ が狭義凸関数となるためのパラメータ a の範囲を求めよ.
- (iii) 関数 $f(x_1, x_2, x_3)$ が狭義凸関数であると仮定する. このとき、制約がない場合の $\min f(x_1, x_2, x_3)$ の最適解を求めよ.
- (iv) $a = 2$ と仮定する. このとき $f(x_1, x_2, x_3)$ が凸関数であることは既知とする. 制約条件 $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ のもとでこの関数の最小値を与える最適解 x_1, x_2, x_3 をラグランジュ乗数法を用いて求めよ.

3. 局所的最適解をもち、かつ大域的最適解をもたない関数が存在する. この関数の例を1つ示し、上の性質をもつことを簡潔に説明せよ.

4. ニュートン法、ナップザック問題、巡回セールスマン問題について数行で説明せよ. 図を用いて良いが、図だけで説明の乏しいものは正解とはしない.