

2015 年度システム最適化演習問題

1. 1次元の場合、すなわち $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ について $f(x) = 0$ の解を求める場合のニュートン法の公式を自分で導き、 $a > 0$ を与えて \sqrt{a} の近似解を求める公式を導け。(なお、この公式は必ず収束することが証明できる)
2. 縦 1, 横 a ($a > 1$) の長方形の上部に 1 辺 a の正方形をくっつけてできる長方形が、もとの長方形と相似になったとする。この長方形は黄金比 $a : 1 = 1 : \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (1次元探索に現れた値) をもつことを示せ。
3. ナップザック問題について、次のグリーディアルゴリズムを考える
 - c_i/d_i の大きいものから順にならべたものを j_1, j_2, \dots ($c_{j_1}/d_{j_1} \geq c_{j_2}/d_{j_2} \geq c_{j_3}/d_{j_3} \geq \dots$) とし、 b を超えない限り j_1, j_2, \dots の順に詰めていく。

この方法が失敗し、最適解が得られない例を挙げよ。

4. 巡回セールスマン問題で、都市 1 から出発するとし、次のグリーディ法によって進むとする。
 - $d(1, j)$ が最小の j を訪問する。
 - $d(j, i)$ が最小の i を訪問する。これを繰り返し、最後に 1 に戻る。

このグリーディ法で最適解が得られない例を作れ。このような例が作れる最小の都市の数はいくつか。

5. 第 1 回の演習で実施した回帰直線を求める問題における

$$F(a, b) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$$

は凸関数であることを示せ。