

## 2015 年度システム最適化演習問題

1. 次の式を行列形式で表せ（テキスト問の変形）．これらの関数が凸関数となるための条件および狭義凸関数となるための条件を求めよ．

$$\begin{aligned} f_1(\boldsymbol{x}) &= 4x_1^2 + 2\alpha x_1 x_2 + x_2^2 - x_1 + 5x_2 - 7 \\ f_2(\boldsymbol{x}) &= ax_1^2 + 2bx_1 x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2 + f \end{aligned}$$

2.  $\mathbf{R}^3$  で定義された関数

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + x_2^2 - bx_2 x_3 - cx_3^2 + x_1 - 2x_3$$

を行列を用いて表現せよ． $f_3(x_1, x_2, x_3)$  が凸関数となるために実数  $a, b, c$  が満たすべき条件を求めよ．

また、

$$f_4(x_1, x_2, x_3) = ax_1^4 + bx_1^2 + x_2^2 - cx_2 x_3 - dx_3^2 + x_1 - 2x_3$$

について、この関数が凸関数になるために実数  $a, b, c, d$  が満たすべき条件はどうなるか。

3. 次の文は正しいかそれとも誤りか、それぞれ理由とともに答えよ．
- (i) 直線と直線外の一点からなる集合は凸でない．
  - (ii) 凸関数には必ず最小値が存在する．
  - (iii) 一変数関数  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$  がすべての  $x \in [0, 1]$  に対して  $|f(x)| \leq 1$  を満たすならば、この関数には最大値および最小値が存在する．