

解答 (2015/05/11)

1. 次の生産計画問題を標準形に変換し、シンプレックス法で解け．

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\ 4x_1 + x_2 &\leq 30 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 20 \\ x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(解答)
標準形については略す．答案では省略せずに明記すること．

基底	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	定数
$-z$	<u>-2</u>	-1				0
x_3	4	1	1			30
x_4	1	4		1		20
x_5	1	1			1	8
$-z$		<u>$-\frac{1}{2}$</u>	$\frac{1}{2}$			15
x_1	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$			$\frac{15}{2}$
x_4		$\frac{15}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1		$\frac{25}{2}$
x_5		$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$		1	$\frac{1}{2}$
$-z$			$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$
x_1	1		$\frac{1}{6}$		$-\frac{1}{3}$	$\frac{22}{3}$
x_4			1	1	-5	10
x_2		1	$-\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$

目的関数の係数がすべて非負となったので、最適である．最適解は... $x_1 = \frac{22}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$ ($x_3 = 0, x_4 = 10, x_5 = 0$)．もとの問題の最適値は $-z = \frac{46}{3}$ ．(以下略)

2. 次の線形計画問題を 2 段階法によって

解け．

$$\begin{aligned} z &= 2x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ 3x_1 + x_2 &\geq 10 \\ x_1 + 3x_2 &\geq 14 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(解答)
標準形と人工変数の導入については略し、シンプレックス表のみ記す．答案では省略せずに明記すること．

基底	x_1	x_2	x_3	x_4	定数
$-w$	<u>-4</u>	-4	1	1	-24
$-z$	2	1			0
x_5	3	1	-1		10
x_6	1	3		-1	14
$-w$		<u>$-\frac{8}{3}$</u>	$-\frac{1}{3}$	1	$-\frac{32}{3}$
$-z$		$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$		$-\frac{20}{3}$
x_1	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$		$\frac{10}{3}$
x_6		$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}$	-1	$\frac{32}{3}$
$-w$					0
$-z$			$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	-8
x_1	1		$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	2
x_2		1	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$	4

目的関数 $w = 0$ となったので、もとの問題は実行可能．かつ、 z の係数がすべて非負となったので、最適である．最適解 $x_1 = 2, x_2 = 4, (x_3 = x_4 = 0), z = 8$ ．

3. 次の線形計画問題を 2 段階法によって

解け .

$$\begin{aligned} z &= 3x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 &\geq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(解答)

標準形は

$$\begin{aligned} z &= 3x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 12 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 &= 12 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

人工変数 $x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$ および目的関数 w の導入の部分は略す . 答案では省略せずに明記すること .

基底	x_1	x_2	x_3	x_4	定数
$-w$	<u>-3</u>	-3	1	-1	-24
$-z$	3	1			0
x_5	1	2	-1		12
x_6	<u>2</u>	1		1	12
$-w$		<u>$-\frac{3}{2}$</u>	1	$\frac{1}{2}$	-6
$-z$		<u>$-\frac{1}{2}$</u>		$-\frac{3}{2}$	-18
x_5		<u>$\frac{3}{2}$</u>	-1	$-\frac{1}{2}$	6
x_1	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	6
$-w$					0
$-z$			$-\frac{1}{3}$	<u>$-\frac{5}{3}$</u>	-16
x_2		1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	4
x_1	1		$\frac{1}{3}$	<u>$\frac{2}{3}$</u>	4
$-z$	$\frac{5}{2}$		$\frac{1}{2}$		-6
x_2	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$		6
x_4	$\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$	1	6

よって , もとの問題は実行可能で , 最適解は $x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 0, x_4 = 6, z = 6$.

注 : ピボット選択の際 , 負の項は除外することに注意 (テキスト参照) .