ソフトコンピューテング基礎論I
ー第2回ー

2015年4月

宮本定明

Introduction to Soft Computing – 1
No.2
-Sadaaki Miyamoto

復習

- リスクとは，計量をもつ不確実性のことであるが，計量されないこともあるので，最も広義には，不確実性そのものである．
- パラドックスは，人間の言葉の論理的表現の限界を示すものである．
- アキレスと亀のパラドックスでは，言葉は有限であり，無限と時間の制約を表せないことが主題である．
- 数式の導入によって，このパラドックスは回避できたともいえる．
- ラッセルのパラドックスでは，数学における無限集合の表現の限界が示されている
- Framing effectでは，同じ言明を違う言い方にすることによって，意思決定が変化することを示している

Review: English omitted.

真と偽（truth and falsity）

- 自然言語における文（sentence）の真偽性
- 真である/偽であるとはどういうことか？
- What is the meaning of ‘a sentence is true or false’?
- 真・偽・不確実（true, false, undetermined）
  - 「風が吹けば桶屋がもうかる」は確率で扱える (uncertainty modeled by probability)
  - 「すべての人はハゲである」は適切さの度合いで扱える (uncertainty modeled by relevance)

自然言語における「事実」と「意見」

- 木下是雄「レポートの組み立て方」ちくま学芸文庫，1994（文章の書き方の良い参考書）
- 事実とは証拠をあげて裏付けすることもできるものである．意見というのは何事かについてある人が下す判断である．ほかの人はその判断に同意するかも知れないし，同意しないかも知れない（p. 36）．
- 「事実」は真偽がはっきりしているもの．偽であっても良い．
- 上記の定義は正しいか？適切か？
- 証拠：万人が認める証拠とそうでない証拠

Fact and opinion

- Essays have to be written using facts. But what is facts?
- Facts can be either true or false. We can determine truth/falsity using evidences.
- Opinions (in a wide sense) are multivalued in contrast to facts.
- Is this definition of facts adequate?
- Are all evidences universal?
  - Give an example of a sentence of facts.
  - Give a fuzzy example between a fact and an opinion.
  - Give a fact that is universally true or universally false.
  - Give a fact that is not universally true but can be true in a limited sense.
- Can an opinion be handled in a logical framework?
  - Give an example by which an opinion can be handled in a logical framework.
  - Give an example of a sentence that cannot be handled in a logical framework.

事実と意見の間

- 「事実」として良い例を挙げてみよ
- 「事実」と「意見」の中間と思われる例を挙げてみよ
- 「事実」ともとれるし，「事実でない」ともとれる例を挙げてみよ
- 通常「事実」とされる文も，時間と空間を限定した「場」での事実性だけが明らかである
- 「意見」とは，その事実性が「個人」という空間に限定されているもの

例（引用）

- 「おはよう」：事実や意見の枠外
- 「家宣は徳川幕府の第七代将軍になった」は事実の記述ではないが，「A書によれば，成人してのち，家宣は徳川幕府の第七代将軍になった」という引用は事実の記述とされる（前掲書，p. 38）
  - 注：なお，カッコの中の記述は誤りとのこと
- 上記の前の記述では，矛盾する証拠の可能性があるが，後の記述には客観性がある（広い時間・空間における一致した真偽判定）

記号論理と現実

- 記号論理：言語のモデル化による推論の精密化，自動化
  - 推論の精密化は数学に利用
  - 推論の自動化は人工知能で利用
  - 第1回に挙げたように，自然言語そのものによる推論は誤りやすい
- 記号論理と現実の言語との間の対応は基本的に任意
  - 現実に対応しない論理体系を構築することも可能．ただし，有用でない

Logic and reality

- Symbolic logic: model of language for refining and automating reasoning.
  - Precise/rigourous reasoning in mathematics
  - Automated reasoning in AI
  - Natural languages are apt to make errors.
- Correspondence between symbolic logic and real language is basically arbitrary.
  - Logic model irrelevant to reality is useless.

様々な記号論理

- 記号論理：（基本的に）真偽判断による推論を数学記号化
- 真偽判断の可能な文ー命題（proposition）ーを扱う
- 真偽判断できない文に記号論理を用いるとどうなるか＝＞真偽判断できないものをあたかも真偽判断できるかのようにみなした体系（有用でない）ができる
- 真偽判断できない場合への記号論理の拡張の一つが様相論理（不確実性の論理）

Symbolic logic basically handles truth/falsity : binary valued.
How can we handle uncertainty? We can use modal logic.

論理パズル

- 正直者とウソツキ：ある国には正直者とウソツキの2つの種類の住民がいる。両者は外見で区別できないが、正直者は必ず正直に答え、ウソツキは必ずウソを答える。さて、ある日旅人がこの国の分かれ道に来た。一方は首都への道であることは間違いないが、左右どちらがそれか旅人にはわからない。ところが、丁度この国の住民がひとりいた。正直者とウソツキかわからないが、1回の質問でどちらが首都への道か知りたい。さて、どんな質問をすれば良いか？

Honesty and liar

- In a country A, two tribes H and L are living. H (honesty) always tells truth, while L (liar) always lie. A traveler came to a branch of a road. One of the two branch must be the way to the metropolis where he wanted to go. A man was standing there. Whether he is H or L is unknown.
- Only one question is allowed to know which of left or right is the way to the metropolis. What question should be asked?

答：次のように問う

あなたは正直者でかつ右が首都への道か、

あるいは

あなたはウソツキでかつ左が首都への道ですか？

住民が正直者かつ右：住民の応答はYes
住民が正直者かつ左：住民の応答はNo
住民がウソツキかつ右：住民の応答はYes
住民がウソツキかつ左：住民の応答はNo

A question:

- Are you honest and the way to the metropolis is right, or are you liar and the way to the metropolis is left?

He is H and the way is right: His answer is Yes
He is H and the way is left: His answer is No
He is L and the way is right: His answer is Yes
He is L and the way is left: His answer is No

AかつB：AとBが両方とも「真」のとき「真」，他は「偽」

AまたはB：AとBの少なくとも一方が「真」のとき「真」，両方「偽」のとき「偽」

～A：Aが「真」なら～Aは「偽」．Aが「偽」なら～Aは「真」．

A={あなたは正直者}，B={右が首都への道}

答え*Ans*を式で表すと，*Ans*=(AかつB)または(～Aかつ～B)

真理値表：

A	B	*Ans*
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	偽
偽	偽	真

正直者の答	ウソツキの答
真	ー
偽	ー
ー	真
ー	偽

English Omitted.

命題論理：最も簡単な記号論理

Propositional logic:
the simplest symbolic logic

命題論理の構成要素(notations)

- 命題変数，原子文(propositional variables, atomic sentences)
  $p, q, r, \ldots, p_1, p_2, q_1, \ldots$
- 論理記号(logical symbols)
  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- 文（原子文であることも，複合文であることも）
  Sentences, either atomic or non-atomic
  A, B, C, …A_1 , A_2, …
  構成規則 (rules for construction)

付値（valuation）

- 命題・文に真偽（true/false, 1/0）を施す関数
  Function of propositional variables with the binary values
  $p, q, r, \ldots, p_1, p_2, q_1, \ldots$
  $v(p)=1, v(q)=0, \ldots$
- 命題変数の値はすべて決まっていると仮定
- 一般の命題（文）の付値
- Assume the values of all propositional variables, then non-atomic sentences have the following values:
  $v(\neg A)=1-v(A),\ \ v(A\vee B)=\max\{v(A),v(B)\},$
  $v(A\wedge B)=\min\{v(A),v(B)\},$
  $v(A\rightarrow B)=\max\{1-v(A),v(B)\}$

簡略化真理値表（abbreviated truth table）

$$\neg p \vee q \leftrightarrow p \rightarrow q$$

$\neg$	p	$\vee$	q	$\leftrightarrow$	p	$\rightarrow$	q
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1

⇧

論理式をまず書き，
各命題変数の下に
0，1を書く．
次に，演算を行う毎
に，下に演算結果の
0，1を書いていく．
最後に書かれた0,1
のパターンが，論理式
の真理値表となる

Write the combinations of the truth values under the variables and operators.

ここに，論理式の真理値が現れる．
この論理式は恒真式である

Here is the truth value of the sentence. This sentence is tautology.